حل البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس simplex:

نفترض أن لدينا المشكلة التالية:

$$Z=x+y \qquad \text{maximize}$$

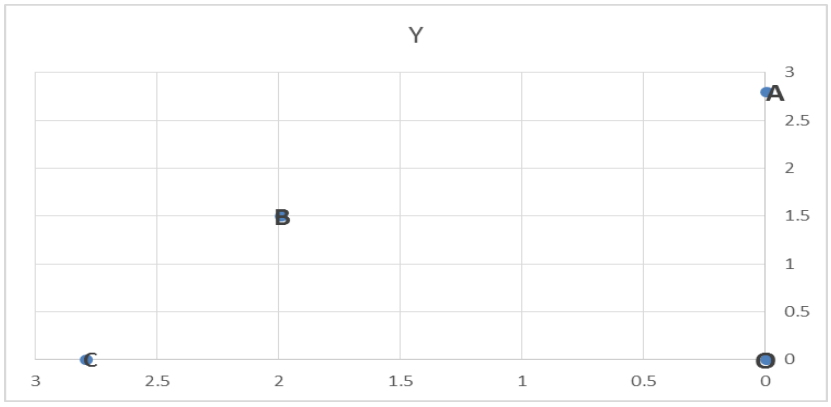
Subject to:

$3x+4y \leq 12$

$3x+2y \leq 9$

$$X \geq 0 \quad . \quad y \geq 0$$

كما نعلم فإن الحل المثالي يقع في واحدة من زوايا منطقة الحلول المقبولة اقتصادياً (ABCD) والموضحة في الشكل التالي:



Since the x axis is the line where y=0 and the y axis where x=0, let us define

AB as u=0 and BC as v=0

The vertices are now the points where exactly two of x,y,u,v are zero

X=y=0 at O

X=u=0 at A

U=v=0 at B

V=y=0 at C

الخطوة الأولى: تحويل المتباينات(المتراجحات)إلى معادلات (حالة تساوي=) ويتم ذلك بإضافة أو طرح متغيرات إضافية مثلا (V,U) لاحظ أن إضافة أصفار للمعادلات لا يغير من قيمتها، ولذلك يمكن كتابة المعادلات (القيود) كالاتي:

$3X+4Y+U+0V+0Z=12$

$3X+2Y+V+0U+0Z=9$

$$X\geq 0, \quad Y\geq 0, \quad U\geq 0, \quad V\geq 0$$

ونحول دالة الهدف إلى مساواة كما يلي:

$$Z-X-Y+0U+OV=0$$

نوزع أمثال المتغيرات في القيود ودالة الهدف حسب الجدول ليكون السطر الأخير يمثل الدالة الهدف، والسطرين الأول والثاني يمثلان القيود:

	X	Y	U	V	Z	
U	3	4	1	0	0	12
V	3	2	0	1	0	9
	-1	-1	0	0	1	0

نبحث عن أكبر قيمة سالبة في السطر الأخير(أكبر القيم السالبة بالقيمة المطلقة مثال لو كان لدينا القيمتان 1-,2- نختار 2-)،ونسمي العمود الذي تحتويه هذه القيمة العمود المحوري وفي مثالنا هذا يوجد قيمتين سالبتين متساويتن(1-) لذا فنحن أحرار في اختيار العمود المحوري سنختار هنا العمود X.

X	Y	U	V	Z	
3	4	1	0	0	12
3	2	0	1	0	9
-1	-1	0	0	1	0
العمود المحوري					

الخطوة الثانية: هي تحديد السطر المحوري ويكون ذلك بقسمة عناصر العمود الأيمن على عناصر العمود المحوري X، ويظهر الجدول التالي الطريقة، ثم نختار الصف المقابل لأصغر قيمة موجبة ناتجة، وهي في مثالنا 9/3=3

X	Y	U	V	Z		
3	4	1	0	0	12	12/3=4
3	2	0	1	0	9	9/3=3 السطر المحوري
-1	-1	0	0	1	0	
العمود المحوري						

القيمة التي يحددها تقاطع كل من العمود المحوري مع السطر المحوري نطلق عليها العنصر المحوري (PIVOT ELEMENT) وهي هنا تساوي 3

نحتاج لجعل قيمة العنصر المحوري مساوية للواحد لذلك نقسم جميع عناصر الصف المحوري على 3

	X	Y	U	V	Z	
	3	4	1	0	0	12
R2/3	1	2/3	0	1/3	0	3
	-1	-1	0	0	1	0

الخطوة التالية هي جعل جميع عناصر العمود المحوري عدا العنصر المحوري مساوية للصفر نحقق ذلك بالنسبة للعنصر الأول في السطر الأول بطرح 3 أمثال السطر المحوري من السطر الأولR1-3R2

	X	Y	U	V	Z	
R1-3R2	0	2	1	-1	0	3
	1	2/3	0	1/3	0	3
	-1	-1	0	0	1	0

وبجمع عناصر السطر المحوري إلى عناصر السطر الثالث نساوي القيمة الأخيرة في العمود المحوري بالصفر ونحصل على قيمة جديدة لZ

	X	Y	U	V	Z	
	0	2	1	-1	0	3
	1	2/3	0	1/3	0	3
R3+R2	0	-1/3	0	1/3	1	3

طالما لايزال لدينا قيمة سالبة في السطر الأخير فذلك يعني أننا لم نصل للحل الأمثل لذا يجب إعادة العملية السابقة وتحديد عمود محوري جديد وسطر وعنصر محوري جديدين

	X	Y	U	V	Z	
	0	2	1	-1	0	3
X	1	2/3	0	1/3	0	3
	0	-1/3	0	1/3	1	3

بما أن العمود Y يحتوي أعلى قيمة سالبة لذا نعتبره العمود المحوري الجديد

ونختار السطر المحوري المقابل لأدنى قيمة موجبة عن قسمة العمود الأخير على العمود المحوري وهو السطر الأول حسب الجدول والعنصر المحوري هو2

X	Y	U	V	Z			
0	**2**	1	-1	0	3	3/2=1.5	السطر المحوري
1	2/3	0	1/3	0	3	3/(2/3)=4.5	
0	-1/3	0	1/3	1	3		
	العمود المحوري						

بما أن العنصر المحوري 2فيلزم قسمة السطر المحوري على 2ليصبح العنصر المحوري 1

	X	Y	U	V	Z	
R1/2	0	1	1/2	-1/2	0	3/2
	1	2/3	0	1/3	0	3
	0	-1/3	0	1/3	1	3

وحتى نجعل العناصر الباقية في العمود المحوري أصفاراً نطرح من السطر الثاني ثلثي السطر الأول R2-2/3R1 ونجمع للسطر الثالث ثلث السطر المحوري R3+1/3R1

	X	Y	U	V	Z	
	0	1	1/2	-1/2	0	3/2
R2-2/3R1	1	0	-1/3	2/3	0	2
R3+1/3R1	0	0	1/6	1/6	1	3.5

	X	Y	U	V	Z	
Y	0	1	1/2	-1/2	0	3/2
X	1	0	-1/3	2/3	0	2
	0	0	1/6	1/6	1	3.5

بما أن عناصر الصف الأخير جميعها موجبة نكون قد توصلنا للحل النهائي ويكون الحل المفترض

X=2 Y=3/2 Z=3.5