

المعالجة الرقمية للبيانات

3- تحويل الصور الرقمية Image Transformation

- التحويل باستخدام العمليات الحسابية البسيطة .
- التحويل باستخدام العمليات الحسابية المركبة .
- التحويل باستخدام المركبات الاساسية .

المحاضرة السابعة

تحويل الصور الرقمية

عادة ما تشتمل عمليات تحويل المرئية علي وظائف ادارة النطاقات المتعددة للبيانات سواء كانت من مرئية واحدة متعددة النطاقات أو من عدة مرئيات لنفس المنطقة تم استشعارها في عدة أزمنة . وفي كلتا الحالتين فإن تحويل المرئية ينتج عنه مرئية "جديدة" تهدف للتركيز علي أهداف محددة أو خصائص هامة وإظهارها بصورة أفضل من المرئية (أو المرئيات) الأصلية .

إن مصطلح "تحويل الصورة الرقمية" يقصد به تغيير قيم البيانات الرقمية الأصلية الأول لوحدات الصورة بقيم جديدة تساعد في عمليات تفسير الصورة . و يمكن تقسيم أهم عمليات التحويل إلى مجموعتين :

- I. طرق التحويل النظرية و يتم فيها التحويل بإجراء عمليات حسابية كعمليات الجمع و الطرح و الضرب و القسمة و بتطبيق نماذج رياضية معينة .
- II. طرق التحويل التجريبية مثل تحليل مركبات الأساسية .

التحويل باستخدام العمليات الحسابية البسيطة

تجرى العمليات الحسابية من جمع و طرح و ضرب و قسمة على صورتين أو أكثر مسجلة لنفس المنطقة الجغرافية . من الممكن أن تكون هذه الصور لحزم طيف مختلفة من الماسح متعدد الأطياف ، كما يمكن أن تكون صور لحزم طيف فردية لمجموعة بيانات تم تسجيلها في أوقات متفاوتة لنفس المنطقة الجغرافية .

1- التحويل باستخدام عملية الجمع

إذا توفرت صور رقمية عديدة لموقع معين في نفس الوقت فإن متوسط بيانات هذه الصور يمكن أن يستخدم كوسيلة لتخفيض تأثير الضجيج ، كما و أن إجراء عملية التحويل بالجمع لعدد من الصور الرقمية ذات الحزم الطيفية المختلفة قد استخدمت في التعرف على المؤشرات النباتية (vegetation indices) .

أن الصورة الرقمية يمكن أن يعبر عنها بالنموذج الرياضي التالي :

$$G(x,y) = F(x,y) + N(x,y)$$

حيث أن : $G(x,y)$ = العدد الرقمي الأصلي لوحدة الصورة ذات الموقع (x,y) في الصورة .

$$F(x,y) = \text{العدد الرقمي الحقيقي لوحدة الصورة } (x,y)$$

$$N(x,y) = \text{مركب الضجيج العشوائي في وحدة الصورة } (x,y)$$

و يمكن أن نتوقع أن تأخذ قيمة الضجيج $N(x,y)$ للوحدات المكونة للصورة شكل التوزيع الطبيعي حول الوسط 0 حيث أنها عبارة عن مجموع الأخطاء غير المرتبطة أو الناتجة من عوامل قليلة الأهمية . و عليه فإن جمع صورتين منفصلتين لنفس المنطقة في الوقت نفسه يمكن أن يؤدي إلى إزالة الضجيج . و يمكن تفسير ذلك بأن القيمة الأصلية للعدد الرقمي لوحدة الصورة (x,y) و هي $F(x,y)$ في كل من الصورتين ستكون قيمة ثابتة و قيمة الضجيج $N(x,y)$ يمكن أن تكون موجبة كما يمكن أن تكون سالبة .

إذا جمعنا العدد الرقمي $G_1(x,y)$ لوحدة الصورة (x,y) في الصورة الأولى مع العدد الرقمي $G_2(x,y)$ لوحدة الصورة المقابلة (x,y) في الصورة الثانية فإن ناتج الجمع يكون العدد الرقمي $G_{sum}(x,y)$ ، إذا كان المدى للأعداد الرقمية لكل صورة يتراوح بين 0 - 255 فإن مدى الناتج سيكون بين 0 - 510 و إذا كان جهاز عرض الصورة له مقدار وضوح ثابت قيمته 8 بت فإن الناتج المشار إليه سيكون غير عملي . و لذلك يتم قسم ناتج الجمع على اثنين (أي إيجاد المتوسط) لتخفيض المدى إلى 0 - 255 مره اخرى . و يستخدم النموذج التالي في عملية الجمع :

$$G_{sum} = (G_1(x,y) + G_2(x,y))/2$$

و يقرب الناتج إلى اقرب عدد صحيح .

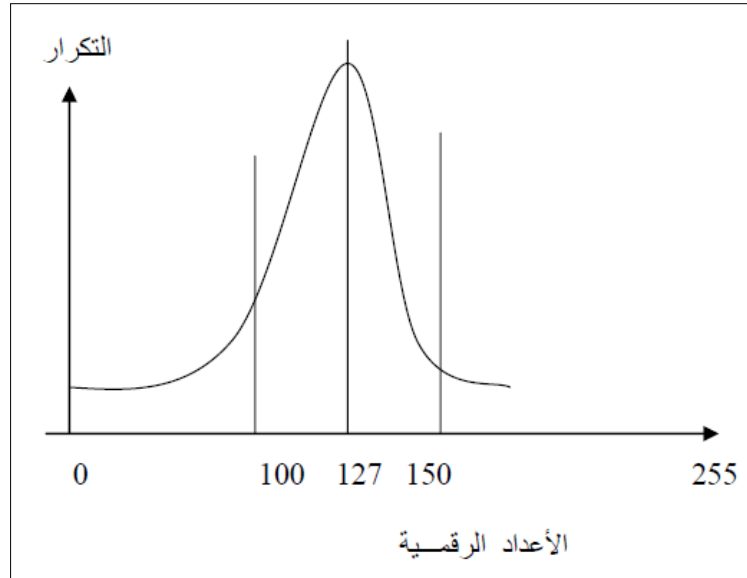
2- التحويل بعملية الطرح

إن الهدف من عملية طرح الأعداد الرقمية لوحدة الصورة المتقابلة في صورتين أخذتا لنفس المنطقة في وقت مختلف هو تقييم التغير الذي يكون قد حدث في المنطقة بين فترتي التقاط الصورتين . إذا افترضنا أن المدى الرمادي (الأعداد الرقمية) لكل من الصورتين يتراوح بين 0 و 255 فإن أقصى فرق بالسالب بين عددين رقميين سيكون -255 (و هو حاصل طرح الرقم 255 من الرقم 0) ، و أقصى فرق موجب يكون 255 . و عليه فإن الحاجة لإعادة تدرج المدى الرمادي للصورة الناتجة من الطرح تظل موجودة و يجب حلها حتى يكون المدى الرمادي للصورة الناتجة بين 0 و 255 .

إذا أضفنا القيمة 255 إلى حاصل الطرح يصبح المدى 0 - 510 ثم إذا قسمنا الناتج على 2 نحصل على المدى 0 - 255 و يكون التحويل بالطرح على هيئة النموذج التالي :

$$G_{DIF} = (255 + G_1(x,y) - G_2(x,y))/2$$

أن المنحنى التكراري للصورة الناتجة $G_{DIF}(x,y)$ يأخذ شكل المنحنى الطبيعي الذي قمته 127 وينحدر إلى الجانبين انحداراً حاداً . و تمثل القمة 127 وحدات الصورة التي لم يحدث عندها تغييراً كبيراً ، في حين أن وحدات الصورة في طرفي المنحنى تمثل تلك التي حدث فيها تغييراً ملحوظاً .



شكل المنحنى التكراري للصورة الناتجة بعد الطرح

ويمكن تجزئة المنحنى و اعتبار الأعداد الرقمية القريبة من 127 وتحديد ما في الشكل بالرقمين 100 و 150 على سبيل المثال باعتبارها هي وحدات الصورة التي لم يحدث عندها تغييراً كبيراً في الفترة الزمنية بين التقاط الصورتين ، و اعتبار طرفي المنحنى هما المنطقتان اللتان حدث فيهما تغييراً كبيراً و تحديدهما بالأعداد الرقمية بين 0 و 100 و بين 150 و 255 كما هو موضح بالشكل و يمكن إبراز وحدات الصورة ذات الأعداد الرقمية الطرفية بالأبيض و إبراز الأرقام القريبة من القيمة الوسطى بالأسود للتفريق بين المنطقتين في الصورة . أما اختيار قيم الحدود للأعداد الرقمية التي تفصل بين مناطق التغير و غيره فتتم اختيارياً بواسطة المحلل و بعد عمليات تجريبية يستخدم فيها خبرته .

3- التحويل بعملية الضرب

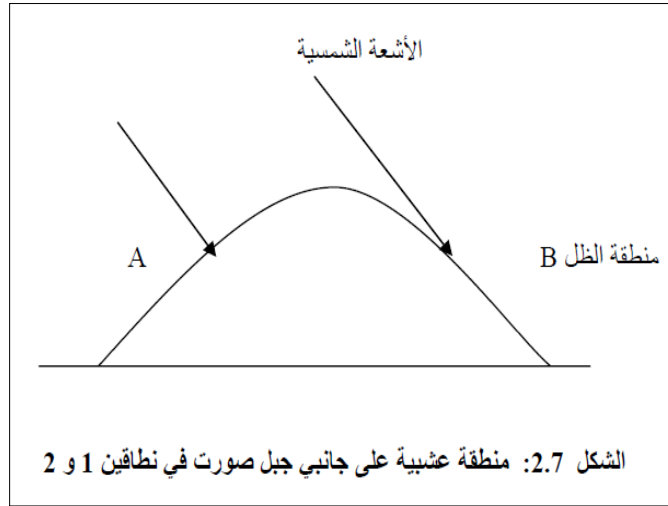
في هذه العملية يتم ضرب الرقم العددي لوحدة الصورة في صورة ما في العدد الرقمي لوحدة الصورة المقابلة لها في صورة أخرى لنفس المنطقة . إن هذه العملية نادرة الاستخدام فاستخدامها أقل من الطريقتين السابقتين ، ولكن تظهر أهميتها عندما يكون هنالك صورة تشمل منطقة فيها ظاهرتان مختلفتان تشكل إحداهما اهتماماً لمحلل الصورة . نفترض أن لدينا صورتين ، الأولى فيهما بالحزمة الطيفية 4 و الثانية بالحزمة 7 . و تظهر في الصورتين منطقة لمياه و أخرى لليابس . إن التغير في انعكاس منطقة اليابسة يجذب نظر المشاهد أكثر من تغير الأشعة المنعكسة من الماء . هذا التأثير يمكن إزالته بتقنية يد عليها عملية التقنية . Masking process

4- التحويل بعملية القسمة

إن عملية قسمة الأعداد الرقمية لوحدة صورة على الأعداد الرقمية لوحدة الصورة المقابلة في صورة أخرى لإنتاج صورة رقمية جديدة يطلق عليها عملية القسمة أو النسبة . و تعتبر هذه العملية من أكثر عمليات التحويل الحسابية المستخدمة في معالجة الصور الرقمية ، و يعزى ذلك لسببين هما :

- I. يتيح استخدامها إظهار بعض أوجه أشكال منحنيات الانعكاس الطيفي لأنواع مختلفة من الغطاء الأرضي .
- II. تخفيض تأثير تغير التضاريس و تغير الإضاءة على الأشعة المسجلة .

و لنفترض أن منطقة أعشاب على جانبي جبل قد صورت باستخدام حزمتين من الطيف هما الحزمة 1 و الحزمة 2 كما في الشكل . إن صورة المنطقة التي تقع على جانب الظل (B) سيكون لها رقم عددي أقل في كل من الحزمتين إذا ما قارنا ذلك بصورة المنطقة التي تقع في مواجهة الأشعة (A) . إن مفسر الصورة ربما سيضع الجزء من المنطقة في الظل كصنف يختلف تماما من الجزء الذي يقع تحت التأثير المباشر للأشعة . إذا قسمنا العدد الرقمي لوحدة الصورة في الحزمة 1 على العدد الرقمي في الحزمة 2 لكلا المنطقتين " منطقة الظل و المنطقة في الجزء المقابل للأشعة " سنحصل على نتيجة متقاربة في صورتنا المنطقتين . إذا كان العدد الرقمي لوحدة الصورة في الجهة المقابلة لأشعة الشمس في الحزمة 1 = 180 و العدد الرقمي لوحدة الصورة في الجهة المقابلة لأشعة الشمس في الحزمة 2 = 75 فإن حاصل القسمة للعددين = $180/75 = 2.4$. و إذا كان العدد الرقمي لوحدة الصورة في جهة الظل في الحزمة 1 = 90 و العدد الرقمي لوحدة الصورة في جهة الظل في الحزمة 2 = 37 فإن حاصل القسمة للعددين = $90/37 = 2.43$.



	Band 1	Band 2	B1/B2
A	180	75	2.40
B	90	37	2.43

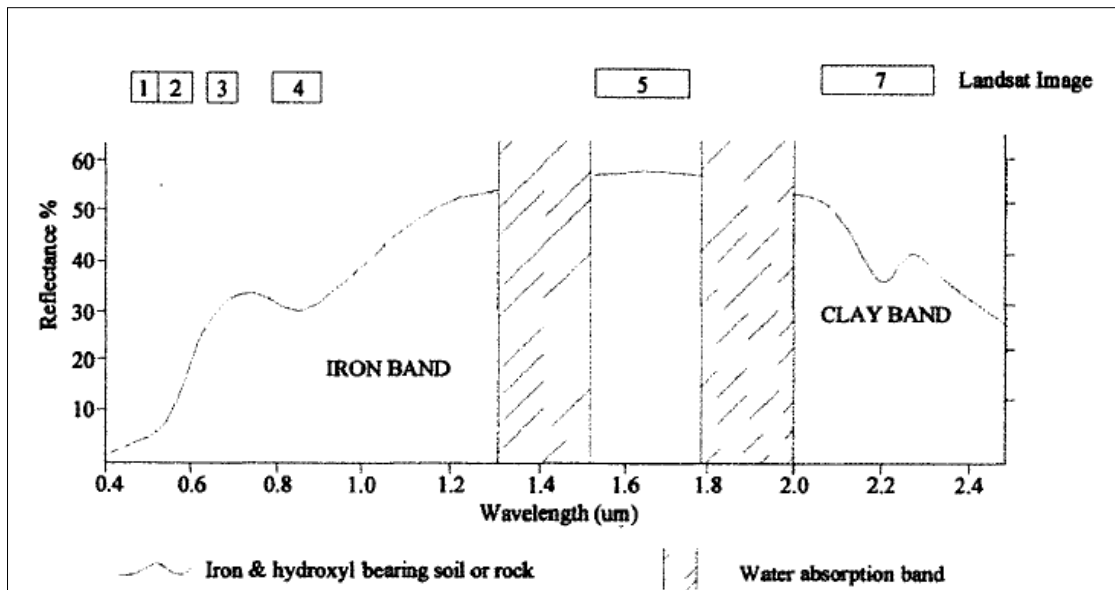
و لذلك تستخدم عملية القسمة لإزالة تأثير تغير التضاريس و ينتشر استخدامها في تطبيقات مختلفة مثل التطبيقات الجيولوجية و الجغرافية الحيوية و النباتات و دراسات الغابات و غيرها من الدراسات التي تهتم بالغطاء النباتي بصورة عامة . و إن أكثر عمليات القسمة استخداماً مع صور الماسح متعدد الطيف MSS هي قسمة صورة الحزمة 4 (أشعة تحت حمراء قريبة) على صورة الحزمة 2 (أشعة حمراء) في الدراسات النباتية . و قد أظهرت الدراسات و التجارب أن النباتات الحية تعكس بقوة في حزمة الطيف 4 و تمتص بقوة أيضا في حزمة الطيف 2 .

يمثل الجدول التالي أمثلة عن أشهر النسب المستخدمة بالاستشعار عن بعد :

	Ratio	MSS	TM	SPOT
Vegetation	IR / R	B4 / B2	B4 / B3	B3 / B2
Iron oxide	R / B	-	B3 / B 1	-
Clay mineral	SWIR1 / SWIR 2 (1.55-1.75) (2.08-2.35)	-	B5 / B7	-
Ferrous mineral	SWIR1/NIR (1.55-1.75) (0.76-0.90)	-	B5/ B 4	-

- تمثل النسبة الاولى الناتجة عن قسمة الاشعة تحت الحمراء القريبة على الأشعة الحمراء أبسط قرينة نباتية كما ذكرنا سابقا
- يمثل تقسيم الاشعة الحمراء على الأشعة الزرقاء نسبة تعكس وجود أكاسيد الحديد في التربة و الصخور.
- يمثل تقسيم الاشعة تحت الحمراء القصيرة " 1.75 - 1.55 ميكرومتر " و المتوافقة مع النطاق 5 بالمستشعر ETM على الاشعة تحت الحمراء القصيرة " 2 - 2.35 ميكرومتر " و المتوافقة مع النطاق 7 بالمستشعر ETM ، نسبة تعكس وجود معادن الطين .
- يمثل تقسيم الاشعة تحت الحمراء القصيرة " 1.75 - 1.55 ميكرومتر " و المتوافقة مع النطاق 5 بالمستشعر ETM على الاشعة تحت الحمراء القريبة " 0.9 - 0.76 ميكرومتر " و المتوافقة مع النطاق 4 بالمستشعر ETM ، نسبة تعكس وجود معادن الحديد .

يمثل الشكل التالي البصمة الطيفية لمعادن الحديد و معادن الطين حيث نلاحظ امتصاص قوي لمعادن الحديد عن الطول الموجي 0.9 ميكرومتر أي الأشعة تحت الحمراء القريبة و المتوافق مع النطاق الطيفي الرابع بمرئيات المستشعر ETM . بينما نلاحظ امتصاص قوي لمعادن الطين عن الطول الموجي 2.2 ميكرومتر أي الأشعة تحت الحمراء القصيرة و المتوافق مع النطاق الطيفي السابع بمرئيات المستشعر ETM .



البصمة الطيفية لمعادن الحديد و معادن الطين

التحويل باستخدام النسب المركبة

Normalized difference vegetation index (NDVI)

1- مؤشر فرق النبات الانتظامي

هذا النموذج يتكون من قسمة حاصل جمع و حاصل طرح صورتني الأشعة تحت الحمراء القريبة و الأشعة الحمراء .

$$NDVI = (NIR - R) / (NIR + R)$$

حيث :

NIR : صورة الإشعة تحت الحمراء القريبة .

R : صورة الأشعة الحمراء .

أشهر الأدلة وأكثرها استخداماً وهو مقياس لصحة الغطاء النباتي الأخضر قيمته تتراوح من -1 إلى 1 . المدى الشائع للغطاء النباتي الأخضر 0.2 إلى 0.8 .

Soil Adjusted Vegetation Index (SAVI)

2- مؤشر النبات المعدل لعامل نوعية التربة

$$SAVI = (NIR - R / NIR + R + L) (1+L)$$

حيث :

NIR : صورة الإشعة تحت الحمراء القريبة .

R : صورة الأشعة الحمراء .

L : نسبة تغطية سطح التربة بالنبات .

تستخدم هذه القرينة بشكل اساسي في المناطق الجافة و نصف الجافة حيث لا توجد كثافة نباتية عالية و يكون هناك تداخل بين الانعكاس من النباتات و التربة ، بمعنى آخر فهو يستخدم لإزالة التأثير السلبي للانعكاس من التربة على البيانات .

Enhanced Vegetation Index (EVI)

3- القرينة النباتية المحسنة

$$EVI = 2.5 (NIR - RED) / (NIR + 6 RED - 7.5 BLUE + 1)$$

يستخدم الانعكاس من المجال الطيفي الأزرق المرئي لتصحيح انعكاسات التربة والحد من تأثيرات الغلاف الجوي . قيمة هذا المؤشر يتراوح من -1 إلى 1 المدى الشائع في الأعظمية النباتية الخضراء هو 0.2 وحتى 0.8 .

4- تطبيقات القرائن النباتية في تتبع الجفاف

الرقم القياسي لأحوال الغطاء النباتي

$$Vegetation Condition Index (VCI) = (NDVI - NDVI_{min}) / (NDVI_{max} - NDVI_{min}) * 100$$

تتراوح قيمته بين 0 و 100

حيث :

$NDVI_{min}$: تمثل قيمة القرينة النباتية الصغرى ضمن سلسلة زمنية من قيم القرينة النباتية .

$NDVI_{max}$: تمثل قيمة القرينة النباتية العظمى ضمن سلسلة زمنية من قيم القرينة النباتية .

$NDVI$: تمثل قيمة القرينة النباتية في الوقت المراد تحديد درجة الجفاف عنده .

يمثل الجدول التالي تصنيف درجة الجفاف تبعا للرقم القياسي لأحوال الغطاء النباتي :

Drought	Values
Extremely drought شديد الجفاف جدا	Less than 10
V. High Drought شديد الجفاف	20-10
Moderately Drought متوسط الجفاف	30-20
Slightly Drought قليل الجفاف	40-30
Not affected غير متأثر بالجفاف	More than 40

5- قرينة المناطق المحروقة (NBR) Normalized Burn Ratio :

تُعد قرينة نسبة الحريق القياسي ، (Normalized Burn Ratio (NBR)) ، من القرائن المستخدمة في الدراسات البيئية لتتبع المناطق التي تعرضت للحريق . يُستخدم لحسابه كل من مجال الأشعة تحت الحمراء القريبة (NIR) عند الأطوال الموجية (0.76 - 0.90 μm) من الطيف الكهرومغناطيسي ، و مجال الأشعة تحت الحمراء القصيرة الموجة (SWIR) عند الأطوال الموجية (2.08 – 2.35 μm) من الطيف الكهرومغناطيسي. تعتبر القناة NIR حساسة بشكل خاص للتغيرات في محتوى الكلوروفيل للغطاء النباتي الحي، أما القناة SWIR فهي حساسة لمحتوى الماء في كل من الغطاء النباتي والتربة ولبعض ظروف التربة (كما الشكل التالي) . يتم حساب قرينة المناطق المحترقة NBR على النحو التالي :

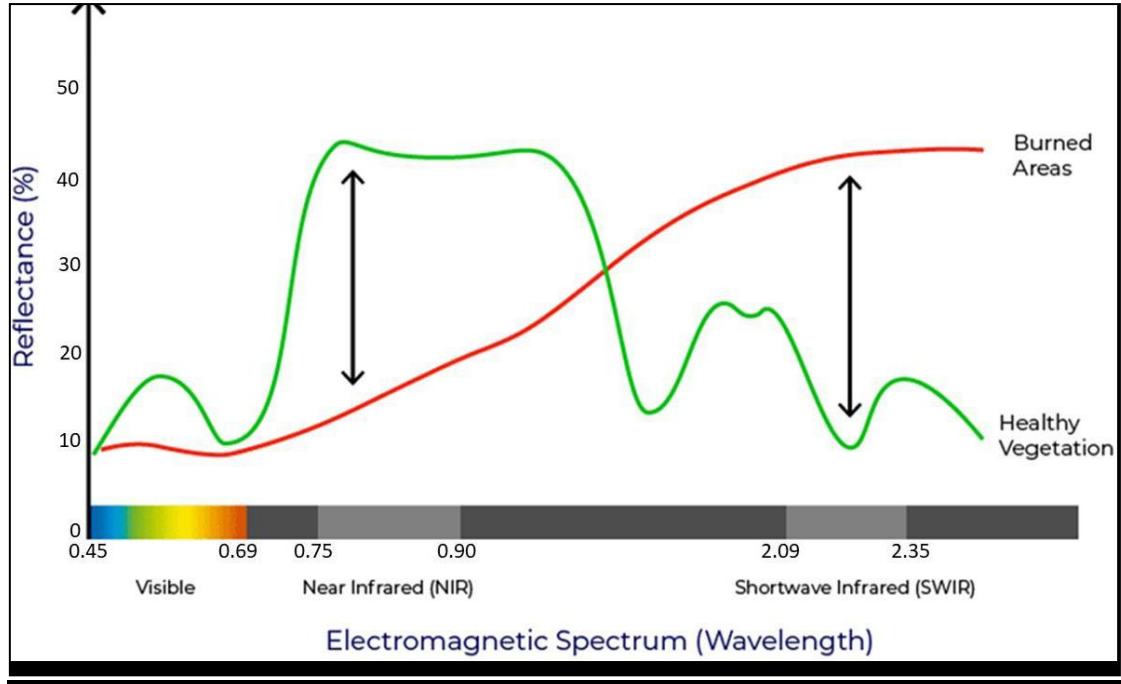
$$NBR = \frac{NIR - SWIR}{NIR + SWIR}$$

تتراوح قيمة القرينة بين 1 - و 1 + ، حيث تُشير القيم المرتفعة إلى غطاء نباتي أخضر صحي بينما تُشير القيم المنخفضة إلى أرض عارية أو غطاء نباتي محروق .

يستخدم مؤشر الاختلاف في نسبة الحريق القياسي (dNBR) لرسم خرائط المناطق المحترقة و تحديد شدة الحريق و يمكن حسابه من قرينة NBR المحسوب قبل و بعد الحريق كما يلي :

$$dNBR = NBR_{prefire} - NBR_{postfire}$$

حيث NBR_{Pre} و NBR_{Post} ، هي قيم قرينة الحريق للمناطق المحترقة قبل و بعد الحريق على الترتيب و تتراوح قيمة dNBR بين 2- و 2+ .



البصمة الطيفية للنباتات الخضراء و للمناطق المحترقة

تحليل المركبات الأساسية Principal Component analysis

إن تقنية تحليل المكونات أو المركبات الأساسية هي عبارة عن وسيلة رياضية تستخدم في الدراسات الإحصائية للتبسيط من مجموعات البيانات الهائلة عبر تحويل عدد من المتغيرات ذات الارتباط الوثيق إلى أقل عدد من المتغيرات لا يرتبط بعضها ببعض وتسمى المكونات أو المركبات الأساسية . إن المبدأ الأساسي المستخدم لإجراء هذا التحويل هو تحويل البيانات خطياً من نظام إحداثيات إلى نظام إحداثيات آخر بحيث يصير التباين الأعظم لأي إسقاط للبيانات على المحور الأول لنظام الإحداثيات الجديد و يسمى هذا المحور المكون الأساسي الأول ، كما يقع التباين الأعظم الذي يليه على المحور الثاني من هذا النظام الجديد . و للمكونات الأساسية الناتجة من هذا التحويل الخصائص التالية :

- I. تتركز معظم المعلومات في المكون الأساسي الأول ، ثم تتركز معظم المعلومات المتبقية في المكون الأساسي الثاني . ثم تتركز معظم البيانات المتبقية بعد ذلك في المكون الثالث ، و هكذا .
- II. لا تكون المكونات الأساسية مرتبطة بعضها البعض . و ذلك على العكس تماماً من المكونات الأصلية و التي لها ارتباط عال فيما بينها .

في الكثير من الحالات في تقنية الاستشعار عن بعد يكون مقدار الأشعة المنعكسة من سطح الأرض متقارباً جداً في عدد من الحزم المختلفة من الطيف (بمعنى أنه في معظم الحالات يوجد تشابه في معامل الانعكاس للمواد الأرضية في الحزم المختلفة من الطيف) . و لذلك عندما يتم توقيع الرسم البياني الانتشاري للأعداد الرقمية لأي حزمتين من الطيف فإن معظم النقاط تقع على الخط القطري أو قريباً منه ، ذلك يدل على أن هنالك ارتباط عال بين بيانات الحزمتين و يستنبط من ذلك أيضاً وجود تكرار في البيانات . تستخدم تقنية تحليل المركبات الأساسية لإعادة توزيع البيانات على محاور جديدة وبالتالي تخفيض الكمية الهائلة من البيانات الزائدة . وتصبح بيانات الحزم الطيفية غير مرتبطة مما يسهل عملية تفسير و تصنيف الصور الرقمية .

و لكل عنصر أو وحدة صورة يحسب عدد رقمي جديد بالنسبة لنظام الإحداثيات الجديد و بالتالي يكون هنالك مجموعة أعداد رقمية لوحدة الصورة بالنسبة للمكون الأساسي الأول و يتم تشكيل صورة رقمية جديدة من هذه الأعداد الرقمية الجديدة . و كذلك الحال بالنسبة للمكون الثاني . و من الممكن تكوين مركبات أساسية على عدد الحزم الطيفية المستخدمة في التصوير .

كما هو مبين في الشكل التالي يمكن اختيار نظام إحداثيات جديد يكون فيه المحور الرئيس الأول هو المحور الذي تجمعت فيه البيانات y_1 ، و المحور الثاني y_2 المحور الذي تجمعت فيه البيانات يكون متعامداً مع المحور الرئيسي الأول ، ويمكن أن يتم هذا التحويل باستخدام العلاقة الرياضية التالية:

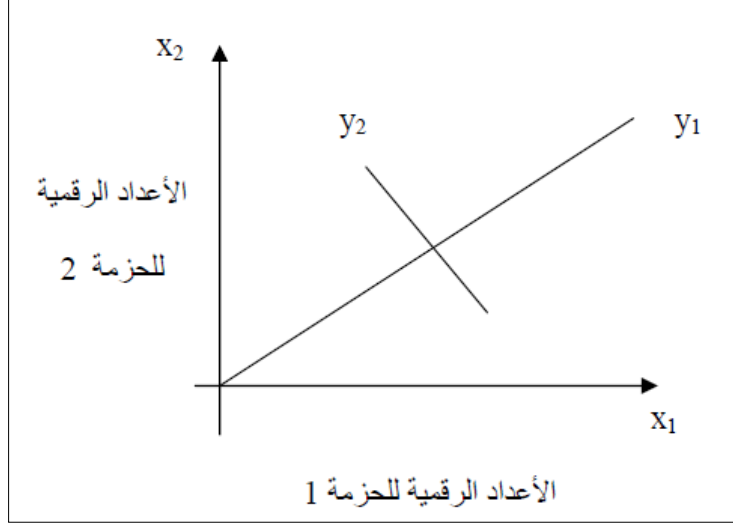
$$y_1 = a_{11} x_1 + a_{12} x_2$$

$$y_2 = a_{21} x_1 + a_{22} x_2$$

هي إحداثيات وحدة الصورة في النظام الأصلي . (x_1, x_2)

هي إحداثيات وحدة الصورة في النظام الجديد . (y_1, y_2)

- و القيم a_{11} ، a_{12} ، a_{21} ، a_{22} هي ثوابت التحويل التي يمكن حسابها بفرض الشروط التالية :
- مجموع مربعات الثوابت يعادل وحدة واحدة .
 - أن يبلغ التباين بين وحدات الصورة الأصلية المدخلة (x_i) والصورة المحولة (y_i) في الحزمتين أقصى قيمة له .
 - عدم الارتباط بين المكون الرئيسي y_1 و المكون الثانوي y_2 .



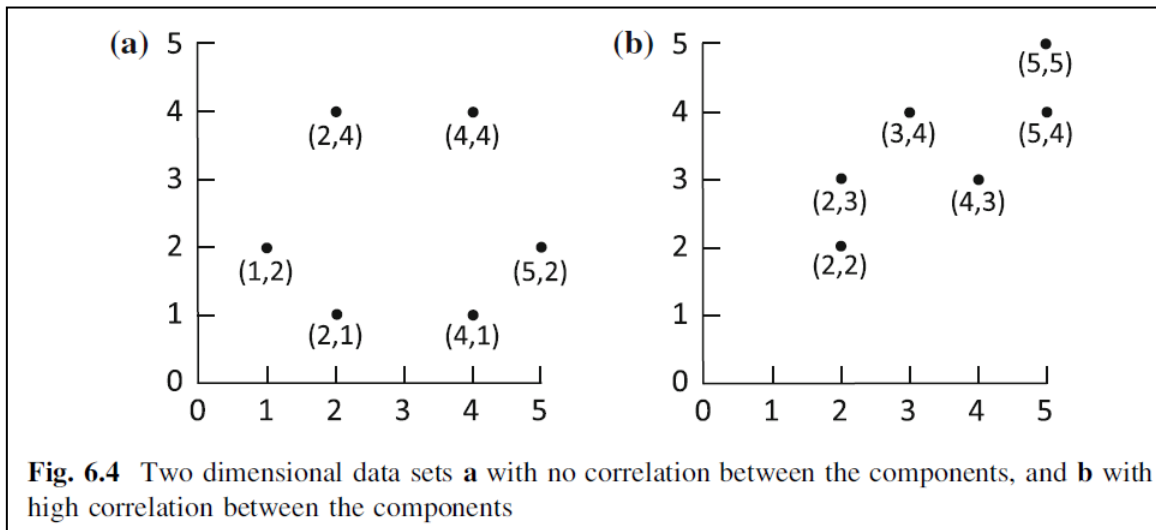
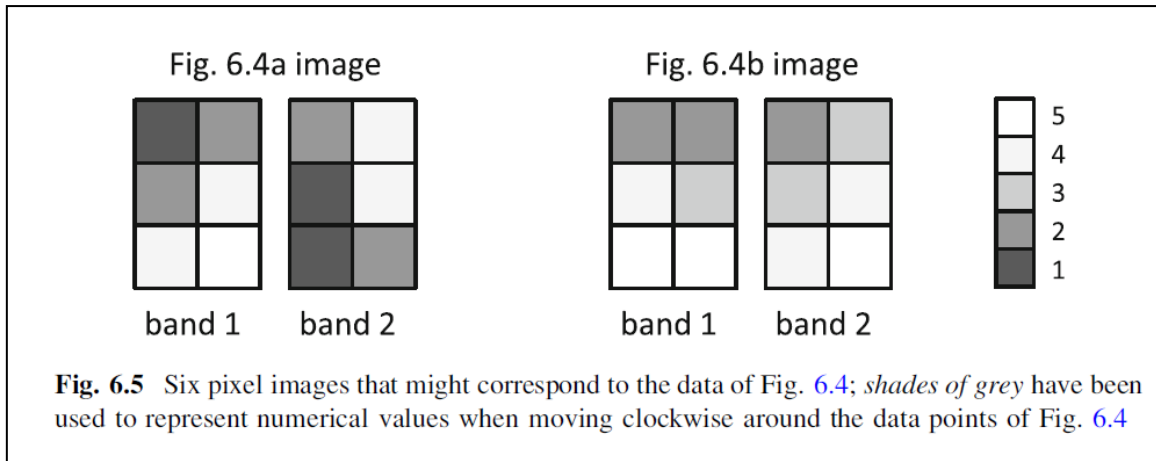
الارتباط العالي بين الأعداد الرقمية لصورتَي الحزمة 1 و الحزمة 2

إن هذه التقنية مبنية على دراسة متجهات آيقون eigen vectors لمصفوفة تمام التباين (V) covariance matrix و دراسة مصفوفة الارتباط (R) correlation matrix .

المثال الأول : هو عبارة عن صورة رقمية (1) تتكون من حزمتي طيف B_1 و B_2 لها البيانات التالية :

$(X_i - M_2)$	$(X_i - M_1)$	DN (B_2)	DN (B_1)	وحدة الصورة
-0.33	-2	2	1	1
-1.33	-1	1	2	2
-1.33	1	1	4	3
-0.33	2	2	5	4
1.67	1	4	4	5
1.67	-1	4	2	6
		$M_2 = 2.33$	$M_1 = 3$	

حيث أن M_2 و M_1 هما متوسط الأعداد الرقمية في كل من الحزمة B_2 و الحزمة B_1 على التوالي ، تم حسابهما من حاصل قسمة مجموع الأعداد الرقمية في كل حزمة على عدد وحدات الصورة في ذات الحزمة .



يتم حساب مصفوفة تمام التباين للصورة الرقمية (1) المكونة من حزمتي طيف كما في الجدول التالي :

X	$(X - m)$	$(X - m)^T$	$(X - m)(X - m)^T$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -0.33 \end{pmatrix}$	$(-2 \quad -0.33)$	$\begin{pmatrix} 4 & 0.66 \\ 0.66 & 0.11 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1.33 \end{pmatrix}$	$(-1 \quad -1.33)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1.33 \\ 1.33 & 1.77 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1.33 \end{pmatrix}$	$(1 \quad -1.33)$	$\begin{pmatrix} 1 & -1.33 \\ -1.33 & 1.77 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -0.33 \end{pmatrix}$	$(2 \quad -0.33)$	$\begin{pmatrix} 4 & -0.66 \\ -0.66 & 0.11 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1.67 \end{pmatrix}$	$(1 \quad 1.67)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1.67 \\ 1.67 & 2.79 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1.67 \end{pmatrix}$	$(-1 \quad 1.67)$	$\begin{pmatrix} 1 & -1.67 \\ -1.67 & 2.79 \end{pmatrix}$
$M = \begin{pmatrix} 3 \\ 2.33 \end{pmatrix}$			$V_x = \begin{pmatrix} 2.4 & 0 \\ 0 & 1.87 \end{pmatrix}$

يتم حساب مصفوفة تمام التباين covariance - matrix من خلال العلاقة :

$$V = \sum \frac{(X_i - M)(X_i - M)^T}{N - 1}$$

حيث N هو عدد وحدات الصورة و بما ان عدد وحدات الصورة عادة يكون كبير جدا فيمكن كتابة العلاقة كالتالي :

$$V = \sum (X_i - M)(X_i - M)^T$$

إن عناصر مصفوفة الارتباط لأي صورة رقمية مكونة من حزمتين :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{ij} \\ r_{ij} & 1 \end{pmatrix}$$

حيث أن مصفوفة تمام التباين كما تم حسابها في الجدول السابق :

$$V_x = \begin{pmatrix} 2.4 & 0 \\ 0 & 1.87 \end{pmatrix}$$

$$r_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sqrt{v_{ii} \times v_{jj}}}$$

$$r_{12} = 0/\sqrt{2.4} * 1.87 = 0$$

$$r_{21} = 0/\sqrt{2.4} * 1.87 = 0$$

اذن مصفوفة الارتباط هي :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

لعدم وجود ارتباط بين الحزمتين فالبيانات مختلفة في كلا الحزمتين و لا يتم تنفيذ تحليل المركبات الاساسية .

المثال الثاني: هو الصورة الرقمية رقم (2) ذات البيانات التالية:

$(X_i - M_2)$	$(X_i - M_1)$	DN (B ₂)	DN (B ₁)	وحدة الصورة
-1.5	-1.5	2	2	1
-0.5	0.5	3	4	2
0.5	1.5	4	5	3
1.5	1.5	5	5	4
0.5	-0.5	4	3	5
-0.5	-1.5	3	2	6
		$M_2 = 3.5$	$M_1 = 3.5$	

بنفس الطريقة يتم حساب مصفوفة التباين للصورة (2) :

X	(X - m)	(X - m) ^T	(X - m)(X - m) ^T
$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1.5 \\ -1.5 \end{pmatrix}$	(-1.5 -1.5)	$\begin{pmatrix} 2.25 & 2.25 \\ 2.25 & 2.25 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$	(0.5 -0.5)	$\begin{pmatrix} 0.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.25 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$	(1.5 0.5)	$\begin{pmatrix} 2.25 & 0.75 \\ 0.75 & 0.25 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.5 \end{pmatrix}$	(1.5 1.5)	$\begin{pmatrix} 2.25 & 2.25 \\ 2.25 & 2.25 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$	(-0.5 0.5)	$\begin{pmatrix} 0.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.25 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$	(-1.5 -0.5)	$\begin{pmatrix} 2.25 & 0.75 \\ 0.75 & 0.25 \end{pmatrix}$
$M = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 3.5 \end{pmatrix}$			$V_x = \begin{pmatrix} 1.9 & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 \end{pmatrix}$

إن عناصر مصفوفة الارتباط لأي صورة رقمية مكونة من حزمتين :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{ij} \\ r_{ij} & 1 \end{pmatrix}$$

حيث أن مصفوفة تمام التباين كما تم حسابها في الجدول السابق :

$$V_x = \begin{pmatrix} 1.9 & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

$$r_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sqrt{v_{ii} \times v_{jj}}}$$

$$r_{12} = 1.1 / \sqrt{1.9 * 1.1} = 0.76$$

$$r_{21} = 1.1 / \sqrt{1.9 * 1.1} = 0.76$$

اذن مصفوفة الارتباط هي :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.76 \\ 0.76 & 1 \end{pmatrix}$$

معامل الارتباط بين بيانات حزمتي الصورة الثانية يساوي 0.76 و هي قيمة عالية تشير الى أن بيانات الحزمتين عن المنطقة المصورة في الصورة الثانية متشابهة بدرجة كبيرة .
 و بما أن الهدف من تحويل المركبات الأساسية هو تحويل نظام الاحداثيات الأصلي الذي كانت فيه بيانات الحزم الطيفية متشابهة (مثال حالة بيانات الصورة الثانية) الى نظام احداثيات جديد تنتفي فيه أو تقل نسبة الارتباط بين هذه البيانات فإننا سنقوم بتطبيق ذلك على بيانات الصورة الثانية في هذا المثال .
 سنفترض أن مصفوفة الدوران G هي التي سنستخدمها لتحويل بيانات الصورة الثانية الموضوعة في المصفوفة X الى البيانات الموضوعة في المصفوفة Y في نظام الاحداثيات الجديد (بعد التحويل) ، فتكون لدينا العلاقة التالية :

$$Y = G X$$

أما مصفوفة الدوران G فيمكن الحصول عليها بإيجاد القيم الأيقونية (الذاتية) λ_i eigen values و المتجهات الأيقونية (الذاتية) g_i eigen vectors من مصفوفة تمام التباين V_x على النحو التالي :

أولا : ايجاد القيم الأيقونية :

القيم الأيقونية تعطي بحل المعادلة التالية :

$$V_x - \lambda I = 0$$

حيث V_x هي مصفوفة تمام التباين و I هي مصفوفة الوحدة
 ومن المثال الثاني السابق و باستخدام مصفوفة تمام التباين نحسب القيم الأيقونية :

$$\begin{pmatrix} 1.9 - \lambda & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - 2.0 \lambda + 0.88 = 0$$

و حل هذه المعادلة هو :

$$\lambda_1 = 2.67 ; \quad \lambda_2 = 0.33$$

ثانيا : حساب المتجهات الأيقونية

من اجل القيمة الأولى ل $\lambda_1 = 2.67$ نحسب المتجهات الأيقونية من خلال المعادلة التالية :

$$[V_x - \lambda_i I] g_i = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1.9 - 2.67 & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 - 2.67 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{11} \\ g_{21} \end{pmatrix} = 0$$

ذلك يعني :

$$- 0.77 g_{11} + 1.1 g_{21} = 0$$

$$1.1 g_{11} - 1.57 g_{21} = 0$$

$$g_{11} = 1.43 g_{21}$$

نوجد أولا قيمة :

و ذلك يعني مجموعة لا نهائية من الاجابات . و بفرض الشرط التالي :

$$g_{11}^2 + g_{21}^2 = 1$$

يمكن الحصول على الحل :

$$g_1 = \begin{pmatrix} 0.82 \\ 0.57 \end{pmatrix}$$

نكرر نفس العملية بالنسبة للقيمة الأيقونية الثانية $\lambda_2 = 0.33$:

$$\begin{pmatrix} 1.9 - 0.33 & 1.1 \\ 1.1 & 1.1 - 0.33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{12} \\ g_{22} \end{pmatrix} = 0$$

ذلك يعني :

$$1.57 g_{12} + 1.1 g_{22} = 0$$

$$1.1 g_{12} + 0.77 g_{22} = 0$$

$$g_{22} = -1.43 g_{12}$$

و ذلك يعني مجموعة لا نهائية من الاجابات و بفرض الشرط التالي : $g_{12}^2 + g_{22}^2 = 1$

والحل بالنسبة g_2 :

$$g_2 = \begin{pmatrix} -0.57 \\ 0.82 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 0.82 & -0.57 \\ 0.57 & 0.82 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.57 \\ -0.57 & 0.82 \end{pmatrix}$$

اذن مصفوفة الدوران المطلوبة تكون :

$$G = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.57 \\ -0.57 & 0.82 \end{pmatrix}$$

و عليه فإن تحويل المركبات الأساسية هو :

$$Y = G X$$

و يمكن كتابته كما يلي :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.57 \\ -0.57 & 0.82 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2.78 \\ 0.50 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4.99 \\ 0.18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6.38 \\ 0.43 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6.95 \\ 1.25 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4.74 \\ 1.57 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3.35 \\ 1.32 \end{pmatrix}$$

و بعد إجراء عملية التحويل يمكن إيجاد مصفوفة تمام التباين V_y لنظام الاحداثيات الجديد :

$$V_y = \begin{pmatrix} 2.67 & 0 \\ 0 & 0.33 \end{pmatrix}$$

هذه النتائج سيتم تحليلها باستخدام بيانات المثل للصورة الثانية ، و ذلك على النحو التالي :
 اذا افترضنا أن y_1 و y_2 هما المحوران الناتجان بعد إجراء التحويل لبيانات الصورة الثانية فإن تباين البيانات variance على المحور y_1 سيكون 2.67 ، في حين سيكون 0.33 فقط على المحور y_2 . و من هنا يتضح أن تباين البيانات على واحد من المحورين بعد التحويل بطريقة المركبات الأساسية ، أي بعد إجراء الدوران لنظام الإحداثيات ، يساوي القيمة الأيقونية المقابلة ، و بما أن مجموع التباين قبل و بعد الدوران لم يتغير (المجموع قبل التحويل هو $1.10 + 1.90 = 3$ ، و المجموع بعد إجراء التحويل هو $0.33 + 2.67 = 3$) ، مما يعني أن التحويل لم يكن له تأثير على مجموع التباين للبيانات الأصلية . و باستخدام النسبة $1.9 \setminus 3$ و النسبة $1.1 \setminus 3$ يمكن إيجاد النسبة المئوية للتباين التي يمثلها كل من B_1 و B_2 :

تمثل بيانات B_1 نسبة مئوية قدرها : $63.3 = 100 * (3 \setminus 1.9)$ % من التباين الكلي للبيانات الأصلية .
 تمثل بيانات B_2 نسبة مئوية قدرها : $36.7 = 100 * (3 \setminus 1.1)$ % من التباين الكلي للبيانات الأصلية .
 أما إذا نظرنا الى البيانات على المحورين y_1 و y_2 بعد إجراء عملية الدوران نجد أن النسب المئوية للتباين على كل من المحورين على الوجه التالي :

تمثل بيانات على المحور y_1 نسبة مئوية قدرها : $89 = 100 * (3 \setminus 2.67)$ % من التباين الكلي للبيانات الأصلية .
 و تمثل بيانات على المحور y_2 نسبة مئوية قدرها : $11 = 100 * (3 \setminus 0.33)$ % من التباين الكلي للبيانات الأصلية .
 ذلك يشير الى أن البيانات على المحور y_1 تمثل نسبة عالية جدا من البيانات الكلية مقارنة بالبيانات على المحور y_2 ، و يطلق على بيانات المحور الأول المكون الرئيس principal component و بيانات المحور الثاني المكون الثانوي secondary component . و عليه يمكن استخدام بيانات الحزمة الأولى ، التي على محور المكون الرئيس فقط في عمليات معالجة و تحليل الصورة الرقمية ، دون أن تكون قد فقدنا الكثير من بيانات الصورة . إن إجراء هذه العملية يمكن أن يتم على عدد من الحزم الطيفية . و يحقق ذلك هدف تقليل عدد الحزم و حصر البيانات في أقل عدد منها مما يقلل كمية البيانات و يسهل بالتالي معالجتها .

و فيما يلي بعض مميزات تحويل الصورة الرقمية باستخدام تقنية تحليل المركبات الأساسية :

- I. يمكن ضغط المعلومات التي تتوفر في صور الحزم الطيفية المستخدمة في أقل عدد من الحزم مع المحافظة على نسبة عالية من المعلومات . تساعد هذه الخاصية في تقليل زمن معالجة البيانات بالحاسوب خاصة عملية التصنيف .
- II. تكون صور المكونات الأساسية الناتجة من هذه العملية أقل ارتباطاً مما يؤدي إلى إزالة الضجيج .
- III. يكون الفرق في الانعكاس الطيفي للمواد المختلفة على سطح الأرض أكثر وضوحاً في المركبات الأساسية منه في صور الحزم الطيفية منفردة .

خلاصة القول أن هذا التحويل للبيانات الأصلية للصور الرقمية ينتج صوراً رقمية جديدة ذات خصائص تفسيرية أفضل ، و يتم بموجبه ضغط بيانات الحزم الطيفية ذات الارتباط القوي و بالتالي التخلص من تكرار البيانات و التركيز على التباين الذي يبرز خصائص الأهداف المصورة بشكل أفضل في عدد محدود من نطاقات الطيف .

المراجع :

- الحسن ، عصمت . محاضرات في الاستشعار عن بعد ، كلية الهندسة ، جامعة الملك سعود .
- P. Gong, "Remote Sensing and Image Analysis", www.nature.berkeley.edu.
- J.A. Richards, Remote Sensing Digital Image Analysis, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.